

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT**

BÁO CÁO HỌC THUẬT

**MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ
ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN
CẤP 1**

Thạc sỹ: Nguyễn Thùy Linh

Hà Nội, 6/2025

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT

BÁO CÁO HỌC THUẬT

MỘT SỐ BÀI TOÁN ỨNG DỤNG PHƯƠNG
TRÌNH VI PHÂN CẤP 1

Xác nhận của bộ môn

Hà Nội, 6/2025

Lời nói đầu

Từ thế kỉ XVII, Newton và Leibniz đã độc lập phát minh ra phép tính vi phân và tích phân, là nền tảng cho nghiên cứu phương trình vi phân sau này. Từ thế kỉ XVIII đến thế kỉ XIX, các nhà khoa học Bernoulli, Euler, Cauchy, Jacobi, Sophus Lie đã củng cố lý thuyết, nghiên cứu phương pháp giải một số dạng phương trình vi phân đặc biệt, phát triển phương pháp giải số và ứng dụng trong cơ học, nhiệt động lực học. Bước sang thế kỉ XX, phương pháp số của Eluer và Runge-Kutta ra đời hỗ trợ giải phương trình vi phân trên máy tính, mở rộng ứng dụng trong động lực học, sinh học, tài chính, kĩ thuật,... Ngày nay, phương trình vi phân nói chung và phương trình vi phân cấp 1 nói riêng có vai trò quan trọng trong nhiều lĩnh vực như kỹ thuật, vật lý, sinh học, kinh tế, giúp mô hình hóa các quá trình tự nhiên và nhân tạo, từ sự lan truyền dịch bệnh, biến động tài chính đến thiết kế hệ thống điều khiển tự động.

Báo cáo được chia thành các chương sau:

Phần 1. Một số kiến thức về phương trình vi phân cấp 1.

Phần 2. Ứng dụng.

Hà Nội, tháng 6 năm 2025

Thạc sỹ

Nguyễn Thùy Linh

I. Một số kiến thức về phương trình vi phân cấp 1.

1. **Định nghĩa:** Phương trình vi phân cấp 1 là phương trình có dạng

$$F(x, y, y') = 0.$$

Nếu đạo hàm y' từ phương trình trên thì nó có dạng

$$y' = f(x, y).$$

2. **Một số phương trình vi phân cấp 1 cơ bản.**

Phương trình vi phân với biến số phân li: là phương trình có dạng

$$P(x)dx + Q(y)dy = 0.$$

trong đó hệ số của dx chỉ phụ thuộc vào x , hệ số của dy chỉ phụ thuộc vào y .

Phương trình thuần nhất: là phương trình có dạng

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0.$$

trong đó P, Q là các hàm thuần nhất cùng bậc.

Phương trình thuần nhất có thể được biểu diễn dưới dạng

$$y' = \varphi\left(\frac{x}{y}\right) \text{ hay } y' = \varphi\left(\frac{y}{x}\right).$$

Phương trình vi phân cấp 1 khuyết biến:

+ Phương trình khuyết y : là phương trình có dạng $F(x, y') = 0$.

+ Phương trình khuyết x : là phương trình có dạng $F(y, y') = 0$.

Phương trình vi phân tuyến tính cấp 1: là phương trình vi phân có dạng

$$3. \quad y' + P(x)y = Q(x)$$

trong đó $P(x), Q(x)$ là các hàm đã biết của biến x .

Phương trình Bernoulli: là phương trình dạng

$$y' + P(x)y = y^\alpha Q(x)$$

trong đó $P(x), Q(x)$ là các hàm số cho trước của biến x , $\alpha \neq 0, \alpha \neq 1$.

Phương trình vi phân toàn phần: là phương trình có dạng

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0.$$

trong đó $P(x, y), Q(x, y)$ là các hàm liên tục cùng với các đạo hàm riêng cấp 1 của chúng trong miền đơn liên D thỏa mãn điều kiện $P'_y = Q'_x$.

Phương trình Lagrange: là phương trình có dạng

$$y = x\varphi(y') + \psi(y').$$

Phương trình Clairaut: là phương trình có dạng

$$y = xy' + \psi(y').$$

Chi tiết phương pháp giải các phương trình vi phân cấp 1 nêu trên có thể xem trong [1]. Tiếp theo chúng ta chuyển sang một số bài toán thực tiễn ứng dụng phương trình vi phân cấp 1.

II. Ứng dụng.

2.2 Ứng dụng trong mô hình tăng trưởng dân số.

Để mô tả và dự đoán sự tăng trưởng dân số theo thời gian trong điều kiện tốc độ tăng trưởng dân số không đổi; không xem xét các yếu tố như hạn chế tài nguyên môi trường, chính sách dân số,... chúng ta có thể sử dụng mô hình Malthus. Với $P(t)$ là dân số tại thời điểm t , r là tốc độ tăng trưởng dân số, t là thời gian ta có

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= rP \leftrightarrow \frac{dP}{P} = rdt \\ \rightarrow \int \frac{dP}{P} &= \int rdt \leftrightarrow P = Ce^{rt}.\end{aligned}$$

Giả sử dân số tại thời điểm ban đầu $t = 0$ là P_0 . Khi đó ta có: $P(0) = Ce^{r \cdot 0} = C$.

Do đó nghiệm phương trình là: $P(t) = P(0)e^{rt}$.

Ví dụ 2.1. Theo số liệu của Tổng cục thống kê dân số Việt Nam thì dân số nước ta năm 2019 là 96,2 triệu người và đến năm 2023 là 100,3 triệu người. Giả sử tốc độ tăng trưởng dân số tỉ lệ với quy mô dân số.

- a) Hãy tính tỉ lệ tăng dân số bình quân hàng năm trong giai đoạn 2019-2023.
- b) Sử dụng kết quả câu a) dự đoán dân số Việt Nam năm 2024.

Lời giải.

a) Gọi $P(t)$ là dân số Việt Nam tại thời điểm t .

Tại thời điểm $t = 2019$ thì ta có $P(0) = 96,2$ (triệu người)

Tốc độ tăng trưởng dân số tỉ lệ với quy mô dân số nên áp dụng mô hình ta có

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= rP \\ \rightarrow \int \frac{dP}{P} &= \int rdt \leftrightarrow P = Ce^{rt}.\end{aligned}$$

Ta có

$$P(0) = 96,2 \leftrightarrow 96,2 = C \cdot e^{r \cdot 0} = C \rightarrow P(t) = 96,2 \cdot e^{rt}.$$

Theo thống kê dân số Việt Nam năm 2023 là 100,3 (triệu người) nên ta có $P(t) = 100,3$, $t = 4$.

Khi đó ta có $100,3 = 96,2 \cdot e^{r \cdot 4} \leftrightarrow r \approx 0,0105$.

Như vậy tỉ lệ gia tăng dân số của Việt Nam bình quân trong giai đoạn 2019 – 2023 khoảng 1,05%.

b) Ta có $r \approx 0,0105 \rightarrow P(t) = 96,2 \cdot e^{0,0105t}$.

Đến năm 2024 ứng với $t = 5$, thay vào biểu thức trên ta được:

$$P(5) = 96,2 \cdot e^{0,0105 \cdot 5} \approx 101,4 \text{ (triệu người)}$$

Vậy năm 2024 dân số Việt Nam đạt khoảng 101,4 triệu người.

Nhận xét:

- Theo thống kê dân số Việt Nam năm 2024 đạt khoảng 101,3 triệu người, so sánh với kết quả của vừa tính, chúng ta thấy rằng kết quả bài toán khi dự đoán dân số bằng mô hình Malthus là tương đối chính xác.

- Tương tự, khi giảng dạy, chúng ta có thể cho sinh viên sưu tầm số liệu dân số của một tỉnh (đất nước, thế giới,...) trong một thời gian nhất định sau đó áp dụng mô hình vào tính toán dự đoán dân số trong một năm tiếp theo.

- Tuy nhiên cần chú ý mô hình này giới hạn cần nhiều giả thiết hoặc khi có các tác động của nhiều yếu tố xung quanh như sự phát triển của công nghệ, bệnh dịch, thiên tai,... thì khi áp dụng mô hình có thể không hoàn toàn chính xác trong thời gian dài hạn.

2.2 Ứng dụng trong kinh tế

Phương trình vi phân cấp 1 có rất nhiều ứng dụng trong kinh tế [2] như bài toán tiền gửi ngân hàng, bài toán điều chỉnh giá, bài toán tăng (giảm) GDP, bài toán xác định hàm doanh thu và hàm lợi nhuận,... Trong báo cáo này chúng tôi đưa ra ba ứng dụng gần gũi và dễ hiểu nhất với sinh viên năm nhất và năm hai.

2.2.1 Mô hình tăng (giảm) GDP (tổng sản phẩm nội địa): Gọi $G(t)$ là tổng sản phẩm nội địa (GDP) của một địa phương tại thời điểm t . Biết r là tỷ lệ tăng trưởng GDP hằng năm (nếu $r > 0$ ta nói GDP tăng trưởng, $r < 0$ ta nói GDP suy giảm). Khi đó tốc độ thay đổi GDP được mô hình hoá bằng phương trình vi phân cấp 1 sau:

$$\frac{dG}{dt} = rG, \quad r = \text{const.}$$

$$\rightarrow \int \frac{dG}{G} = \int r dt \leftrightarrow G(t) = C e^{rt}.$$

Tại $t = 0$ thì $C = G(0)$.

Nghiệm phương trình: $G(t) = G(0)e^{rt}$.

Ví dụ 2.2. Ta biết GDP của Việt Nam năm 2019 là 330 tỷ USD và đến năm 2024 GDP của Việt Nam tăng lên là 476,3 tỷ USD.

a) Hãy xác định tỉ lệ tăng trưởng trung bình r của Việt Nam trong giai đoạn 2019 – 2024.

- b) Dự đoán GDP của Việt Nam năm 2025 nếu xu hướng tiếp tục tăng.
 c) Giả sử trong năm 2025 GDP của Việt Nam giảm 2,3% do khủng hoảng kinh tế.
 Hãy tính GDP của Việt Nam năm 2026.

Lời giải.

a) Gọi $G(t)$ là GDP Việt Nam tại thời điểm t .

Tại thời điểm $t = 2019$ thì ta có $G(0) = 330$ (tỷ USD)

Tốc độ thay đổi GDP của Việt Nam:

$$\frac{dG}{dt} = rG$$

$$\rightarrow \int \frac{dG}{G} = \int r dt \leftrightarrow G = Ce^{rt}.$$

Ta có

$$G(0) = 330 \leftrightarrow 330 = C \cdot e^{k \cdot 0} = C \rightarrow G(t) = 330 \cdot e^{rt}.$$

GDP của Việt Nam năm 2024 là 476,3 tỷ USD nên ta có $G(t) = 476,3$, $t = 5$.

Khi đó ta có $476,3 = 330 \cdot e^{r \cdot 5} \leftrightarrow r \approx 0,0734 > 0$.

Như vậy tỉ lệ tăng trưởng GDP của Việt Nam bình quân trong giai đoạn 2019 – 2024 khoảng 7,34%.

b) Ta có $r \approx 0,0734 \rightarrow G(t) = 330 \cdot e^{0,0734t}$.

Đến năm 2025 ứng với $t = 6$, thay vào biểu thức trên ta được:

$$G(6) = 330 \cdot e^{0,0734 \cdot 5} \approx 512,6 \text{ (tỷ USD)}$$

Vậy GDP năm 2025 của Việt Nam ước đạt khoảng 512,6 tỷ USD.

c) Nếu năm 2025 GDP của Việt Nam giảm 2,3% do khủng hoảng kinh tế thì GDP thực tế trong năm 2025 là:

$$G = 512,6 \cdot (1 - 0,023) = 500,8102 \text{ tỷ USD}$$

Sau khủng hoảng kinh tế, GDP của Việt Nam năm 2026 lại tăng trưởng như cũ với $r \approx 0,0734$. Khi đó GDP là:

$$G = 500,8102 \cdot e^{0,0734} \approx 538,95 \text{ (tỷ USD)}$$

Vậy GDP của Việt Nam năm 2026 đạt khoảng 538,95 (tỷ USD).

2.2.2 Mô hình thu nhập quốc dân (Y) theo thời gian do tác động của tiêu dùng (c), lượng đầu tư (I), và chính sách chi tiêu chính phủ (G), thuế thu nhập (T):

$$\frac{dY}{dt} = cY + I + G - T$$

Ví dụ 2.3. Giả sử một nền kinh tế có thu nhập quốc dân ban đầu là 500 tỷ USD. Biết các yếu tố ảnh hưởng đến thu nhập quốc dân như sau: $c = 0.75$; $I = 100$, $G = 150$, $T = 120$. Hãy dự đoán thu nhập quốc dân sau 5 năm nếu các yếu tố không thay đổi.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dt} &= cY + I + G - T = 0,75Y + 100 + 150 - 120 \\ &\Leftrightarrow \frac{dY}{dt} = 0,75Y + 130 \Leftrightarrow Y' - 0,75Y = 130.\end{aligned}$$

Nghiệm tổng quát của phương trình:

$$\begin{aligned}Y(t) &= \left(C + \int 130e^{\int -0,75dt} dt\right)e^{\int 0,75dt} = \left(C + \int 130e^{-0,75t} dt\right)e^{0,75t} \\ &= \left(C - \frac{130}{0,75}e^{-0,75t}\right)\frac{e^{0,75t}}{0,75} = Ce^{0,75t} - \frac{520}{3}.\end{aligned}$$

Biết $Y_0 = 500$ nên

$$Ce^{0,75t} - \frac{520}{3} = 500 \Leftrightarrow C = \frac{2020}{3} \rightarrow Y(t) = \frac{2020}{3}e^{0,75t} - \frac{520}{3}.$$

Với $t = 5$, $Y_0 = 500$ ta có thu nhập quốc dân sau 5 năm là

$$Y(5) = \frac{2020}{3}e^{0,75 \cdot 5} - \frac{520}{3} \approx 28457,53$$

Vậy thu nhập quốc dân của nền kinh tế sau 5 năm ước tính khoảng 28457,53 triệu USD.

2.2.3 Bài toán đầu tư vào ngân hàng.

Giả sử ban đầu ta gửi A triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất ổn định hàng năm là $r\%$. Mỗi năm gửi thêm M triệu đồng vào. Tiền gốc và lãi quay vòng hàng năm. Khi đó, sau thời gian t năm chúng ta sẽ nhận lượng tiền là $A(t)$.

Khi đó ta có

$$\begin{aligned}A(t + \Delta t) &= A(t) + r\% \cdot \Delta t \cdot A(t) + M \cdot \Delta t \\ &\rightarrow \frac{A(t + \Delta t) - A(t)}{\Delta t} = r\%A(t) + M\end{aligned}$$

Cho $\Delta t \rightarrow 0$ ta được

$$\frac{dA}{dt} = r\%A + M.$$

Đây chính là phương trình vi phân thể hiện số tiền nhận được sau t năm.

Chú ý:

- Nếu mỗi tháng chúng ta gửi thêm N triệu thì số tiền nhận được sau t năm là

$$\frac{dA}{dt} = r\%A + 12N.$$

- Nếu chúng ta không gửi thêm tiền hàng tháng hay hàng năm thì số tiền nhận được sau t năm là

$$\frac{dA}{dt} = r\%A$$

Ví dụ 2.4. Sau khi hoàn thành dự án cho công ty, một nhân viên nhận được khoản tiền công 300 triệu đồng. Anh mang gửi ngân hàng với lãi suất 5,6%, quay vòng cả gốc và lãi. Dự tính mỗi năm anh gửi thêm 100 triệu đồng và không rút lãi. Hỏi sau 5 năm tổng số tiền anh nhận được là bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi $A(t)$ là số tiền anh nhận được sau thời gian gửi tiết kiệm ngân hàng t (năm).

Ta có

$$\frac{dA}{dt} = r\%A + M.$$

Thay $r\% = 5,6\%$, $M = 100$ và ta được

$$\frac{dA}{dt} = 0,056A + 100 \leftrightarrow A' - 0,056A = 100.$$

Nghiệm phương trình:

$$\begin{aligned} A &= \left[C + \int 100e^{\int -0,056dt} dt \right] \int e^{0,056dt} \\ &= \left[C + \int 100e^{-0,056t} dt \right] e^{0,056t} = Ce^{0,056t} - \frac{12500}{7}. \end{aligned}$$

Ban đầu gửi 300 triệu đồng nên ta có

$$A(0) = 300 \leftrightarrow Ce^{0,056 \cdot 0} - \frac{12500}{7} = 300 \leftrightarrow C = \frac{14600}{7}.$$

Khi đó

$$A = \frac{14600}{7} e^{0,056t} - \frac{12500}{7}.$$

Sau thời gian 5 năm ($t = 5$) số tiền anh nhận về là

$$A(5) = \frac{14600}{7} e^{0,056 \cdot 5} - \frac{12500}{7} \approx 973,96.$$

Vậy sau 5 năm gửi ngân hàng số tiền anh nhận về là khoảng 973,96 (triệu).

Chú ý: Trong trường hợp lãi suất ngân hàng thay đổi hàng năm thì mô hình không còn đúng.

2.3. Ứng dụng trong vật lý

Phương trình vi phân cấp 1 có vai trò quan trọng và nhiều ứng dụng trong vật lý [3]. Chúng ta sẽ xem xét ứng dụng sau đây về **sự đối lưu truyền nhiệt trong chất lỏng**: Cho Q là hàm nhiệt độ tại thời điểm t , T_0 là nhiệt độ môi trường xung quanh. Khi đó ta có

$$\frac{dQ}{dt} = h(Q - T_0).$$

Trong đó h là hằng số đặc trưng cho tính dẫn nhiệt của vật thể và môi trường xung quanh.

Ví dụ 2.5. Một nhân viên văn phòng pha một cốc cafe có nhiệt độ ban đầu 96^0C và đặt ở phòng có nhiệt độ là 24^0C cho nguội bớt. Sau 2 phút cốc cafe giảm nhiệt độ còn 90^0C . Hãy xác định nhiệt độ cốc cafe nếu để trong phòng sau 15 phút.

Lời giải.

Gọi $Q(t)$ là hàm nhiệt độ cốc cafe tại thời điểm t phút, T_0 là nhiệt độ phòng.

Ta có phương trình về sự biến thiên nhiệt độ cốc cafe

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} = h(Q - T_0) &\leftrightarrow \frac{dQ}{dt} = h(Q - 24) \leftrightarrow \frac{dQ}{h(Q - 24)} = hdt \\ \rightarrow \int \frac{dQ}{Q - 24} &= \int hdt \leftrightarrow \ln(Q - 24) = ht + C \leftrightarrow Q = 24 + C_0 e^{ht}. \end{aligned}$$

Ban đầu cốc cafe có nhiệt độ 96^0C nên ta có $t_0 = 0, Q(0) = 96$. Thay vào phương trình trên ta thu được

$$96 = 24 + C_0 e^{h \cdot 0} \leftrightarrow C_0 = 72.$$

Khi đó ta được $Q = 24 + 72e^{ht}$.

Sau thời gian $t = 2$ phút, nhiệt độ cốc cafe là $Q(2) = 90^0$ nên

$$90 = 24 + 72e^{2h} \leftrightarrow h = \frac{1}{2} \ln \frac{11}{12} \approx -0,0435.$$

Nhiệt độ của cốc cafe sau khi để trong phòng 15 phút là

$$Q = 24 + 72e^{-0,0435 \cdot 15} \approx 61,49^{\circ}C.$$

Vậy sau khi để trong phòng 15 phút thì nhiệt độ của cốc cafe là khoảng $61,49^{\circ}C$.

2.4. Ứng dụng trong y học

Một ứng dụng của phương trình vi phân cấp 1 trong y học đó là mô tả sự thay đổi của nồng độ thuốc trong cơ thể theo thời gian.

Giả sử $U(t)$ là hàm biểu thị nồng độ thuốc trong máu tại thời điểm t , k là tốc độ đào thải của thuốc ra khỏi cơ thể. Khi đó ta có mô hình đào thải thuốc sau khi dùng một liều duy nhất là:

$$\frac{dU}{dt} = -kU.$$

Trong trường hợp người bệnh uống thuốc đều đặn mỗi T giờ với liều lượng $D(mg)$ thì sự thay đổi nồng độ thuốc trong máu được mô tả bởi phương trình

$$\frac{dU}{dt} = -kU + \frac{D}{T}.$$

Ví dụ 2.6. Trong quá trình điều trị, bác sĩ tiêm thuốc vào tĩnh mạch cho bệnh nhân với nồng độ là $60mg/L$. Biết tốc độ đào thải tỉ lệ thuận với nồng độ hiện tại và hệ số thải trừ của thuốc là $k = 0,1$. Hãy xác định nồng độ thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau 4 giờ và thời gian để nồng độ thuốc giảm xuống còn $15mg/L$.

Lời giải.

Gọi $U(t)$ là hàm biểu thị nồng độ thuốc trong máu tại thời điểm t .

Quá trình đào thải thuốc ra khỏi cơ thể bệnh nhân là

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= -kU \leftrightarrow \frac{dU}{dt} = -0,1U \\ &\rightarrow \int \frac{dU}{U} = - \int 0,1 dt \\ &\leftrightarrow U = Ce^{-0,1t}. \end{aligned}$$

Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ thì $U_0 = 60mg/L$ nên ta có

$$U(0) = Ce^{-0,1 \cdot 0} \leftrightarrow 60 = C.$$

Khi đó ta được $U(t) = 60e^{-0,1t}$.

Sau $t = 4$ giờ, nồng độ thuốc trong cơ thể người bệnh là

$$U(4) = 60e^{-0,1 \cdot 4} \approx 40,22 \text{ (mg/L)}.$$

Vậy sau 4 giờ nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân còn khoảng $40,22 \text{ mg/L}$.

Giả sử tại thời điểm t nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân còn 15 mg/L .

Ta có

$$U(t) = 60e^{-0,1 \cdot t} \leftrightarrow 15 = 60e^{-0,1 \cdot t} \leftrightarrow e^{-0,1 \cdot t} = 0,25 \leftrightarrow t \approx 13,86 \text{ (giờ)}.$$

Vậy cần khoảng 13,86 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân còn 15 mg/L .

Nhận xét: Bài toán giúp dự đoán thời gian thuốc còn trong cơ thể và hỗ trợ bác sĩ tính toán liều lượng thuốc phù hợp.

Ví dụ 2.7. Bác sĩ kê đơn thuốc Paracetamol 500 g cho bệnh nhân bị sốt với liều dùng là 6 giờ/lần . Biết hệ số đào thải thuốc Paracetamol trong cơ thể con người là $k = 0,2$.

- a) Hãy xác định nồng độ thuốc sau 6 giờ?
- b) Sau khi uống đủ 4 lần thuốc thì nồng độ thuốc trong cơ thể người bệnh là bao nhiêu?

Lời giải.

a) Nồng độ thuốc trong cơ thể bệnh nhân là

$$\frac{dU}{dt} = -kU + \frac{D}{T} \leftrightarrow \frac{dU}{dt} = -0,2U + \frac{500}{6} \leftrightarrow U' + 0,2U = \frac{250}{3}.$$

Nghiệm phương trình

$$\begin{aligned} U &= \left[C + \int \frac{250}{3} e^{\int 0,2 dt} dt \right] e^{-\int 0,2 dt} = \left[C + \int \frac{250}{3} e^{0,2t} dt \right] e^{-0,2t} \\ &= \left[C + \frac{1250}{3} e^{0,2t} \right] e^{-0,2t} = \frac{1250}{3} + C e^{-0,2t}. \end{aligned}$$

Khi chưa uống thuốc $t = 0$ thì nồng độ thuốc trong cơ thể con người là

$$U(0) = 0 \leftrightarrow \frac{1250}{3} + C e^{-0,2 \cdot 0} = 0 \leftrightarrow C = -\frac{1250}{3}.$$

Suy ra

$$U = \frac{1250}{3} - \frac{1250}{3} e^{-0,2t} = \frac{1250}{3} (1 - e^{-0,2t}).$$

Sau khi uống thuốc 6 giờ thì nồng độ thuốc trong cơ thể bệnh nhân là

$$U(6) = \frac{1250}{3} - \frac{1250}{3} e^{-0,2.6} \approx 291,17(mg/L).$$

b) Khi uống thuốc các lần tiếp theo, nồng độ thuốc trong cơ thể không về 0 mà vẫn còn một phần trước đó. Do đó, sau 4 lần uống thuốc ($t = 24$) thì tổng nồng độ thuốc là

$$U(24) = U_1 + U_2 + U_3 + U_4.$$

Trong đó

$$U_n = U(6)e^{-0,2(n-1)t} + \frac{D}{0,2T} (1 - e^{-0,2(n-1)t}).$$

Thay $n = 1, 2, 3, 4$ vào ta được:

$$U(24) \approx 406,3mg/L.$$

Vậy sau 4 lần uống thuốc thì nồng độ thuốc trong cơ thể khoảng $406,3mg/L$.

Kết luận

Báo cáo đã trình bày một số ứng dụng thực tiễn trong một vài lĩnh vực của phương trình vi phân cấp 1. Những kiến thức này là hoàn toàn cần thiết và hữu ích, giúp sinh viên hiểu sâu hơn về phương trình vi phân cấp 1, tối ưu hoá và vận dụng tốt hơn trong thực tiễn giảng dạy cho các sinh viên. Ngoài ra, nó là bước đệm để khi chuyển sang học phương trình vi phân cấp 2 sinh viên sẽ hứng thú hơn, có thể tự tìm tòi khám phá những ứng dụng trong thực tiễn.

Tài liệu tham khảo

- [1] Phạm Tuấn Cường, Hoàng Ngự Huân, Phạm Ngọc Anh, Lê Bích Phượng, Nguyễn Thị Kim Sơn, Giáo trình Giải tích 2, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, 2020.
- [2] Nguyễn Quang Huy, “Giới thiệu một số mô hình kinh tế áp dụng lý thuyết phương trình vi phân trong việc giảng dạy cho sinh viên khối ngành kinh tế tại trường đại học Sư phạm kỹ thuật Thành phố Hồ Chí Minh”, Tạp chí Khoa học giáo dục Số 63, (04/2021), 1-10.
- [3] Vũ Hồng Quân, Lê Bích Ngọc, “*Một số ứng dụng của phương trình vi phân cấp 1*”, Tạp chí Khoa học công nghệ, Số 173, 3-6.